Φύλλο Εργασίας: Δώδεκα πίθηκοι περιμένουν τις μπανάνες

Μονοθέσιο ελικοφόρο αεροπλάνο πετά σε σταθερό ύψος $H=180m$ με σταθερή οριζόντια ταχύτητα $υ_o=180Km/h$. Κάποια στιγμή που **θεωρούμε $t_o=0$**, ο πιλότος **αφήνει ένα τσαμπί μπανάνες**. Θεωρείστε ορθογώνιο σύστημα αξόνων Ox, Oy με αρχή (0,0) τη θέση του αεροπλάνου τη στιγμή $t_o=0$. Θετική φορά του οριζόντιου άξονα Ox θεωρείστε τη φορά της ταχύτητας $υ_o$ και θετική φορά του άξονα Oy, τη φορά του βάρους. **Θεωρείστε επίσης πως οι μπανάνες έχουν ως προς το έδαφος την ταχύτητα του αεροπλάνου.**

Στην **κατακόρυφο που βρίσκεται το αεροπλάνο** τη στιγμή που αφήνει το 1ο τσαμπί βρίσκεται ακίνητος ο πίθηκος Νο1. Οι υπόλοιποι έντεκα πίθηκοι, **βρίσκονται ανά 50m** σε ευθεία παράλληλη στον φορέα της ταχύτητας του αεροπλάνου, προς την φορά κίνησης του αεροπλάνου. Τόσο το αεροπλάνο, όσο και οι πίθηκοι να θεωρηθούν υλικά σημεία.

Ο πιλότος έχει μαζί του **έξι τσαμπιά** μπανάνες **ίδιας μάζας**. **Κάθε ένα δευτερόλεπτο αφήνει και ένα τσαμπί**, το οποίο κινείται χωρίς να δέχεται δύναμη αντίστασης από τον αέρα.

Α. Να σχεδιάσετε σχήμα στο οποίο να φαίνεται η θέση του αεροπλάνου και των 12 πιθήκων τη χρονική στιγμή $t_o=0$. Να επιλέξετε κλίμακα 1cm/50m για τις θέσεις των πιθήκων και 1cm/10m για τον κατακόρυφο άξονα Oy. (Καλό θα ήταν να χρησιμοποιήσετε το χαρτί μιλλιμετρέ στην πίσω σελίδα)

Β. Να συμπληρώσετε τον επόμενο πίνακα, με τις συντεταγμένες θέσης των **τεσσάρων** πρώτων τσαμπιών

Χρονική στιγμή (sec)	x(m)	y(m)
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		

Γ. Να συμπληρώσετε τον επόμενο πίνακα, με τις συντεταγμένες θέσεις των έξι τσαμπιών τη **χρονική στιγμή t=6sec**

Αριθμός τσαμπιού	x(m)	y(m)
Νο 1		
Νο 2		
Νο 3		
Νο 4		
Νο 5		
Νο 6		

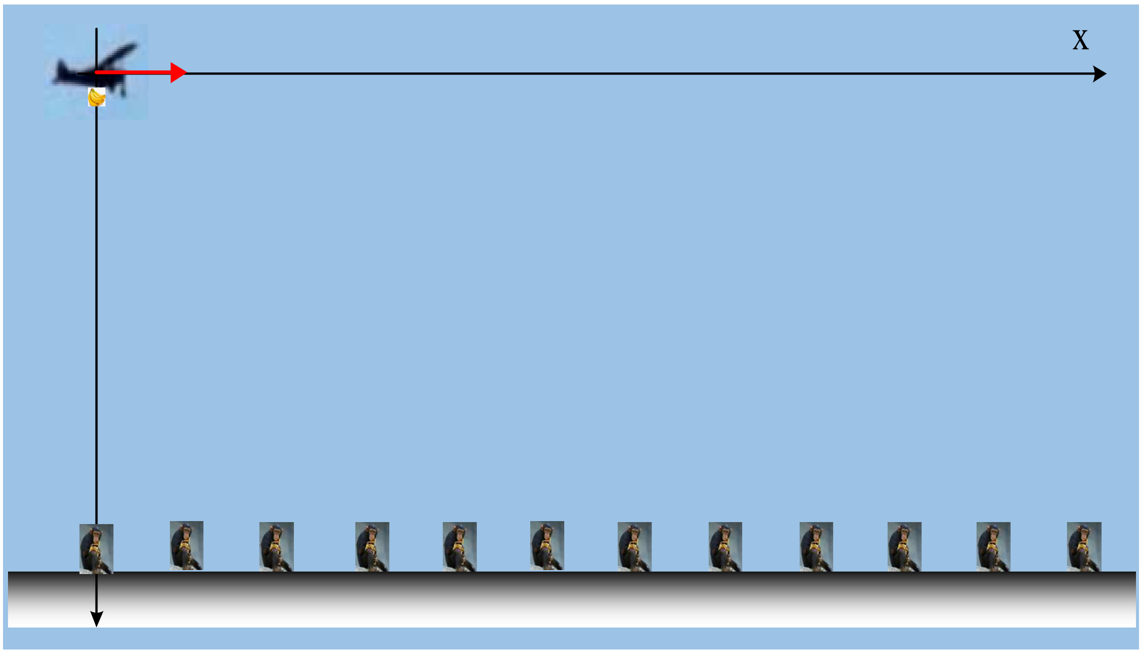
Δ. Να σχεδιάσετε σχήμα στο οποίο να φαίνεται η θέση του αεροπλάνου και κάθε ενός από τα 6 τσαμπιά **χρονική στιγμή t=6sec**

Ε. Ποιοι πίθηκοι θα φάνε μπανάνες και ποιοι θα μείνουν νηστικοί;

Στ. Να συγκρίνετε τις **ενέργειες** των τσαμπιών τη **χρονική στιγμή t=6sec**

Απάντηση

Α.



Β. Κάθε τσαμπί διαγράφει παραβολική τροχιά, η οποία θεωρείται επαλληλία δύο υποθετικών ανεξάρτητων κινήσεων, μιας στον οριζόντιο άξονα Οx και μιας στον κατακόρυφο Οy.

Η υποθετική κίνηση στον Οx είναι ευθύγραμμη ομαλή:

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow a_x = 0$

$$\upsilon_x = \upsilon_o = 180\frac{Km}{h} = 50\frac{m}{s} \qquad \Delta x = \upsilon_o \Delta t$$

Η υποθετική κίνηση στον Οy είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη:

$$\Sigma F_y = B \Rightarrow m a_y = mg \Rightarrow a_y = g$$

$$\upsilon_y = g\Delta t \qquad \Delta y = \frac{1}{2} g \Delta t^2$$

Κάθε τσαμπί χρειάζεται τον ίδιο χρόνο για να φθάσει στο έδαφος:

$$\Delta y = H \Rightarrow \frac{1}{2} g \Delta t_{ολ}{}^{2} = H \Rightarrow \Delta t_{ολ} = \sqrt{\frac{2H}{g}} \Rightarrow \Delta t_{ολ} = 6s$$

Οι συντεταγμένες θέσης των τεσσάρων πρώτων τσαμπιών δίνονται στον επόμενο πίνακα:

Χρονική στιγμή (sec)	x_1 (m)	y_1 (m)	x_2 (m)	y_2 (m)	x_3 (m)	y_3 (m)	x_4 (m)	y_4 (m)
0	0	0	-	-	-	-	-	-
1	50	5	50	0	-	-	-	-
2	100	20	100	5	100	0	-	-
3	150	45	150	20	150	5	150	0
4	200	80	200	45	200	20	200	5
5	250	125	250	80	250	45	250	20
6	300	180	300	125	300	80	300	45

Γ. Οι συντεταγμένες θέσεις των έξι τσαμπιών τη **χρονική στιγμή t=6sec**

Αριθμός τσαμπιού	x(m)	y(m)
No 1	300	180
No 2	300	125
No 3	300	80
No 4	300	45
No 5	300	20
No 6	300	5

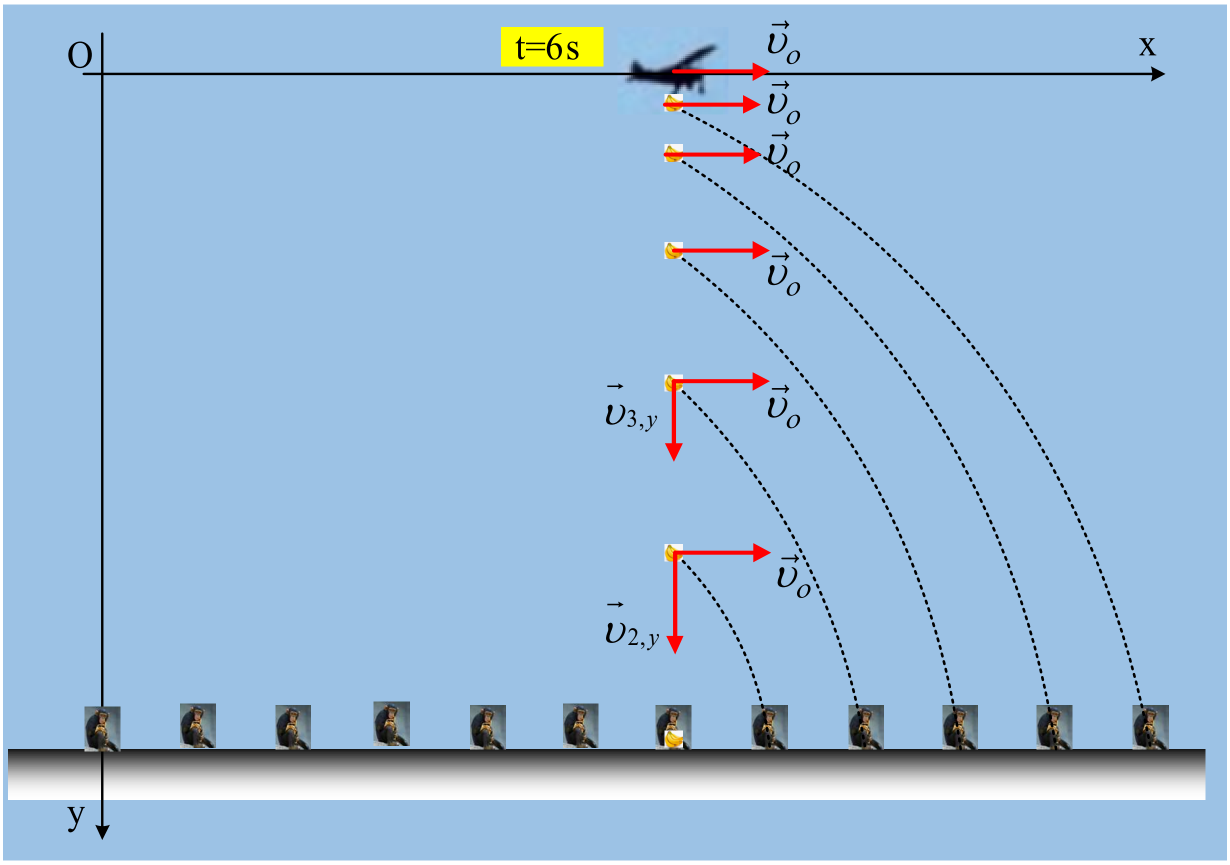
Οι εξισώσεις $\Delta x = \upsilon_o \Delta t$ και $\Delta y = \frac{1}{2} g \Delta t^2$ υπολογίζουν τη μετατόπιση κάθε τσαμπιού με Δt το αντίστοιχο χρονικό διάστημα της κίνησης. Έτσι τη στιγμή t=4s το 1ο τσαμπί κινείται για Δt_1=4s ενώ το τρίτο για Δt_3=4-2=2s. Στον κατακόρυφο άξονα η μετατόπιση συμπίπτει με τη θέση, αφού Δy=y-0=y , ενώ στον οριζόντιο η θέση κάθε τσαμπιού καθορίζεται από τη θέση τη στιγμή που ο πιλότος το άφησε. Έτσι τη στιγμή t=4s το 3ο τσαμπί έχει μετατοπιστεί οριζόντια κατά $\Delta x_3 = \upsilon_o \Delta t_3 \Rightarrow \Delta x_3 = 50 \times 2 = 100m$, αλλά βρίσκεται στη θέση:

$$\Delta x_3 = x_3 - x_{0(3)} \Rightarrow 100m = x_3 - 100m \Rightarrow x_3 = 200m$$

Την ίδια στιγμή t=4s, το 4ο τσαμπί κινείται για Δt_4=4-3=1s , έχει μετατοπιστεί οριζόντια κατά $\Delta x_4 = \upsilon_o \Delta t_4 \Rightarrow \Delta x_3 = 50 \times 1 = 50m$, αλλά βρίσκεται στη θέση:

$$\Delta x_4 = x_4 - x_{0(4)} \Rightarrow 50m = x_4 - 150m \Rightarrow x_4 = 200m$$

Δ.



Ε. Τη στιγμή **t=6sec** ο 7ος πίθηκος στη θέση 300m έχει πιάσει το 1ο τσαμπί. Τα άλλα 5 τσαμπιά βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφη. Το 2ο θα φθάσει στο έδαφος μετά από Δt=1s στη θέση 350m και θα πέσει στον 8ο πίθηκο. Το 3ο τσαμπί θα φθάσει μετά από Δt=2s στη θέση 400m και θα πέσει στον 9ο πίθηκο. Αντίστοιχα το 6ο τσαμπί θα φθάσει μετά από Δt=5s στη θέση 550m και θα πέσει στον 12ο πίθηκο.

(Λόγω μικρού σχήματος έχουν σχεδιαστεί ΜΟΝΟ για τα τσαμπιά 1,2 οι κατακόρυφες συνιστώσες ταχύτητας.)

Στ. Κάθε τσαμπί έχει κινητική και δυναμική ενέργεια. Εφόσον αφήνονται από το ίδιο ύψος έχοντας την ίδια αρχική ταχύτητα, ξεκινούν την κίνηση με ίδιες ενέργειες: $E = mgH + \frac{1}{2}m\upsilon_o^2$

Επειδή δέχονται μόνο το βάρος τους, η ενέργειά τους διατηρείται. Έτσι όλα τα τσαμπιά τη χρονική στιγμή t=6sec έχουν ίδια ενέργεια.

Θοδωρής Παπασγουρίδης

papasgou@gmail.com